

Занятие 6. Равносильность предикатов. Нормальные формы

1. Было в прошлый раз.

2. Доказать равносильность формул:

$$\neg \exists x_1 (\forall x_2 P_1^2 x_1 x_2 \rightarrow \forall x_3 (P_1^2 x_3 x_3 \vee P_1^1 x_3)) \text{ и } \forall x_1 \forall x_2 \exists x_3 (P_1^2 x_1 x_2 \wedge \neg P_1^2 x_3 x_3 \wedge \neg P_1^1 x_3).$$

3. Доказать равносильность формул

$$\exists x_1 P_1^2 x_1 x_2 \rightarrow \exists x_4 P_1^3 x_3 x_2 x_4 \wedge \forall x_1 P_1^1 x_1 \text{ и } \forall x_1 \forall x_5 \exists x_4 (P_1^2 x_1 x_2 \rightarrow P_1^3 x_3 x_2 x_4 \wedge P_1^1 x_5).$$

4. Определите, какие из следующих формул логически общезначимы:

а) $\neg (\exists x_1 P_1^2 x_1 x_2 \rightarrow \forall x_1 P_1^2 x_1 x_2)$;

б) $\exists x_1 \forall x_2 P_1^2 x_1 x_2 \rightarrow \forall x_2 \exists x_1 P_1^2 x_1 x_2$;

в) $P_1^1 x_1 \rightarrow \forall x_1 P_1^1 x_1$;

г) $\forall x_1 (P_1^1 x_1 \rightarrow P_1^2 x_1 x_2) \rightarrow (\exists x_1 P_1^1 x_1 \rightarrow \exists x_1 P_1^2 x_1 x_2)$.

Домашнее задание

1. Сделать задание 3 (см. выше) в корректной постановке.

2. Доделать 4)

3. Определите, равносильны ли следующие формулы:

а) $\forall x_1 \exists x_2 P_1^2 x_1 x_2 \wedge \forall x_1 \exists x_2 P_2^2 x_1 x_2$ и $\forall x_1 (\exists x_2 P_1^2 x_1 x_2 \wedge \exists x_2 P_2^2 x_1 x_2)$;

б) $\exists x_1 \forall x_2 P_1^2 x_1 x_2 \vee \exists x_1 \forall x_2 P_2^2 x_1 x_2$ и $\exists x_1 (\forall x_2 P_1^2 x_1 x_2 \vee \forall x_2 P_2^2 x_1 x_2)$;

в) $\exists x_1 \forall x_2 \exists x_3 ((P_1^1 x_1 \rightarrow P_1^2 x_1 x_4) \rightarrow (P_1^1 x_2 \vee P_1^2 x_4 x_3))$ и $\forall x_2 \exists x_3 \exists x_1 ((P_1^1 x_1 \rightarrow P_1^2 x_1 x_4) \rightarrow (P_1^1 x_2 \vee P_1^2 x_4 x_3))$.

4. Определите, какие из следующих формул логически общезначимы:

а) $\forall x_1 \exists x_3 (P_1^2 x_1 x_2 \wedge \neg P_1^2 x_3 x_2)$;

б) $\forall x_1 P_1^1 x_1 \rightarrow P_1^1 x_1$;

в) $P_1^1 x_1 \wedge P_2^1 x_2 \rightarrow (P_2^1 x_1 \rightarrow \forall x_2 P_1^1 x_2)$;

г) $\exists x_1 P_1^1 x_1 \vee P_2^1 x_2 \vee (\forall x_1 P_1^1 x_1 \rightarrow P_3^1 x_3)$

Комментарии

1. Разбор задания 3 из практики.

$$\begin{aligned} \exists x_1 P_1^2 x_1 x_2 \rightarrow \exists x_4 P_1^3 x_3 x_2 x_4 \wedge \forall x_1 P_1^1 x_1 &\equiv \exists x_1 P_1^2 x_1 x_2 \rightarrow \forall x_1 (\exists x_4 P_1^3 x_3 x_2 x_4 \wedge P_1^1 x_1) \equiv \\ \exists x_1 P_1^2 x_1 x_2 \rightarrow \forall x_1 \exists x_4 (P_1^3 x_3 x_2 x_4 \wedge P_1^1 x_1) &\equiv \exists x_1 P_1^2 x_1 x_2 \rightarrow \forall x_5 \exists x_4 (P_1^3 x_3 x_2 x_4 \wedge P_1^1 x_5) \equiv \\ \forall x_1 (P_1^2 x_1 x_2 \rightarrow \forall x_5 \exists x_4 (P_1^3 x_3 x_2 x_4 \wedge P_1^1 x_5)) &\equiv \forall x_1 \forall x_5 \exists x_4 (P_1^2 x_1 x_2 \rightarrow P_1^3 x_3 x_2 x_4 \wedge P_1^1 x_5) \end{aligned}$$

2. Ответы к заданию 4 из практики.

а) нет

б) да

в) нет

г) нет