

1 Ликбез по ДМ. Классическая вероятность.

1.1 Базовый

1. В ящике лежит 100 флажков: красных, зелёных, жёлтых, синих. Какое наименьшее число флажков надо взять не глядя, чтобы среди них нашлось не менее 10 одноцветных?
2. Найти коэффициент при x^{16} для $(1 + x^2)^{10}$.
3. Доказать формулу: $C_n^k = C_{n-1}^k + C_{n-1}^{k-1}$
4. Доказать формулу сочетаний с повторениями:

$$\overline{C_n^k} = C_{n+k-1}^k$$

5. Сколькими способами можно составить хоровод из n девушек?
6. Монета брошена 2 раза (3 раза, n раз). Найти вероятность того, что хотя бы один раз появится орел.
7. Брошены две игральные кости. Найти вероятность, что сумма выпавших очков равна 7 (9 очков, 12 очков).
8. На полке в случайном порядке расставлено 40 книг, среди которых находится трехтомник А. С. Пушкина. Найти вероятность того, что эти тома стоят в порядке возрастания слева направо (но не обязательно рядом).
9. Партия продукции состоит из десяти изделий, среди которых два изделия дефектные. Какова вероятность того, что из пяти отобранных наугад и проверенных изделий:
 - (a) ровно одно изделие дефектное;
 - (b) ровно два изделия дефектные;
 - (c) хотя бы одно изделие дефектное?
10. (Парадокс дней рождений) Найти вероятность того, что в классе из 23 человек, не менее двух учеников родились в один день.

2 Ликбез по ДМ. Классическая вероятность.

2.1 Дополнительный

1. (0.5б) Докажите, что среди чисел, записываемых только единицами, есть число, которое делится на 2017.
2. (0.5б) Найти коэффициент при x^{29} для $(1 + x^5 + x^7 + x^9)^{100}$.
3. (0.5б) Доказать что: $\sum_{k=0}^n (C_n^k)^2 = C_{2n}^n$
4. (1б) (Задача о супружеских парах) Сколькими способами n супружеских пар ($n \geq 3$) можно разместить за круглым столом так, чтобы мужчины и женщины чередовались, но супруги не сидели рядом.
5. (1б) Найти число циклических последовательностей длины 7 из 4 элементов.
6. (0.5б) Дать формулы вероятности P_n того, что среди тринадцати карт, извлеченных из 52 карт, n карт окажутся пиковой мастью.
7. (0.5б) В программе к экзамену по теории вероятностей 75 вопросов. Студент знает 50 из них. В билете 3 вопроса. Найдите вероятность того, что студент знает хотя бы два вопроса из вытянутого им билета.
8. (0.5б) У театральной кассы стоят в очереди $2n$ человек. Среди них n человек имеют лишь банкноты по 1000 рублей, а остальные — только банкноты по 500 рублей. Билет стоит 500 рублей. Каждый покупатель приобретает по одному билету. В начальный момент в кассе нет денег. Чему равна вероятность того, что никто не будет ждать сдачу?
9. (1б) Как-то раз 3 ковбоя Хороший, Плохой и Злой не поделили девушку низкой социальной ответственности в одном кабаре и решили устроить дуэль. Хороший попадает в цель с вероятностью p_1 , Плохой с вероятностью p_2 , а Злой с вероятностью p_3 . Каждый выбирает цель с наибольшей меткостью из оставшихся (суицид никто совершать не будет). Сначала стреляет Хороший, потом Плохой, потом Злой и потом опять Хороший и т.д. Какова вероятность Хорошему парню выиграть дуэль и заполучить девушку.
10. (0.5б) В ящике находится m белых и n черных шаров. Если достают черный шар, то его возвращают и кладут еще один черный шар. Если вытащен белый шар, то процесс прекращается. Определить вероятности того, что белый шар вытащили на четном и нечетном шаге.