Классическая вероятность. Схема Бернулли.

Базовый

1. Из 28 костей домино случайно выбираются две. Найти вероятность того, что из них можно составить «цепочку» согласно правилам игры.

2. Ребенок играет с десятью буквами разрезной азбуки: А, А, А, Е, И, К, М, М, Т, Т. Какова вероятность того, что при случайном расположении букв в ряд он получит слово «МАТЕМАТИКА»?

3. Охотник стреляет в лося с расстояния 100 м и попадает в него с вероятностью 0.5. Если при первом выстреле попадания нет, то охотник стреляет второй раз, но с расстояния 150 м. Если нет попадания и в этом случае, то охотник стреляет третий раз, причем в момент выстрела расстояние до лося равно 200 м. Считая, что вероятность попадания обратно пропорциональна квадрату расстояния, определить вероятность попадания в лося.

4. В урне находится m шаров, из которых m_1 белых и m_2 черных ($m_1 + m_2 = m$). Производится n извлечений одного шара с возвращением его (после определения его цвета) обратно в урну. Найдите вероятность того, что ровно r раз из n будет извлечен белый шар.

5. Вероятность отказа каждого прибора при испытании равна 0,2. Сколько таких приборов нужно испытать, чтобы с вероятностью не менее 0,9 получить не меньше трех отказов?

6. (Задача Стефана Банаха) В двух спичечных коробках имеется по n спичек. На каждом шаге наугад выбирается коробок, и из него удаляется (используется) одна спичка. Найдите вероятность того, что в момент, когда один из коробков опустеет, в другом останется k спичек.

7. В корзине лежит n шариков. В ходе эксперимента с равными вероятностями вытаскивают шарики из корзины и кладут обратно. Эксперимент заканчивается, когда один из шариков достали k раз. Определить вероятность того, что для этого придется производить $m < 2k$ вытаскиваний.

Классическая вероятность. Схема Бернулли.

Дополнительный

1. (0.5б)Вася и Петя подбрасывают монету до тех пор пока не выпадет "орел". Если это происходит на нечетном шаге, то выигрывает Вася, если на четном, то Петя. Определить вероятность победы Васи.

2. (0.5б)Из чисел $\{1, 2, \ldots, N\}$ случайно выбирается число a. Найти вероятность p_N того, что:

   (a) число a не делится ни на a_1 ни на a_2, где a_1 и a_2 – фиксированные натуральные взаимно простые числа;

   (b) число a не делится ни на какое из чисел $a_1, a_2, \ldots, a_k$, где числа a_i – натуральные и попарно взаимно простые.

   Найти $\lim_{N\to\infty} p_N$ в случаях (a) и (b).

3. (0.5б)Некогда шестизначный номер трамвайного, троллейбусного или автобусного билета считался "счастливым", если сумма первых его трех цифр совпадает с суммой последних трех цифр. Найти вероятность получить "счастливый" билет.

4. (0.5б)Сколько чисел необходимо взять из таблицы случайных чисел, чтобы с наибольшей вероятностью обеспечивалось появление среди них трех чисел, оканчивающихся цифрой 7?

5. (0.5б)Определить вероятность получения не менее 28 очков при трех независимых выстрелах из спортивного пистолета по мишени с максимальным числом очков, равным 10, если вероятность получения 30 очков равна 0,008. Известно, что при одном выстреле вероятность получения восьми очков равна 0,15, а менее восьми очков – 0,4.

6. (0.5б)Проведено 20 независимых испытаний, каждое из которых заключается в одновременном подбрасывании трех монет. Найти вероятность того, что хотя бы в одном испытании появятся три «герба».

7. (0.5б)Квантовый вычислитель выходит из строя, если перегреваются не менее пяти кубитов I типа или не менее двух кубитов II типа. Определить вероятность выхода из строя вычислителя, если известно, что перегрелось пять кубитов, причем кубиты перегреваются независимо один от другого. Каждый перегревшийся кубит с вероятностью 0,7 является кубитом первого типа и с вероятностью 0,3 – второго типа.