

6. ДСВ. Основные инструменты

Базовый

1. У нас есть правильный кубик и неправильная монетка, на сторонах которой написаны 0 и 1: 0 выпадает с вероятностью $\frac{2}{3}$, 1 соответственно $\frac{1}{3}$. Пусть ξ - ДСВ, которая соответствует числу, выпавшему на грани первого кубика, а μ - на неправильной монетке.

Найти закон распределения, функцию распределения, матожидание и дисперсию случайной величины:

(a) $\theta = \xi + 3$

(b) $\theta = \xi + \mu$

(c) $\theta = 2\xi - \mu$

(d) $\theta = \xi^2$

(e) $\theta = \xi\mu$

(f) $\theta = \max(\xi, \mu)$

2. В партии из 10 деталей имеется 8 стандартных. Наудачу отобраны две детали. Составить закон распределения числа стандартных деталей среди отобранных.
3. Устройство состоит из n элементов. Вероятность отказа любого элемента за время опыта равна p . Найти математическое ожидание числа таких опытов, в каждом из которых откажет ровно m элементов, если всего произведено N опытов. Предполагается, что опыты независимы один от другого.
4. Имеется n пронумерованных писем и n пронумерованных конвертов. Письма случайным образом раскладываются по конвертам (все $n!$ способов равновероятны). Найдите математическое ожидание числа совпадений номеров письма и конверта (письмо лежит в конверте с тем же номером).

6. ДСВ. Основные инструменты

Домашка

1. У нас есть правильный кубик и неправильный кубик, в котором смещен центр тяжести и грани 3 и 4 выпадают с вероятностями $\frac{1}{3}$, а все остальные с вероятностями $\frac{1}{12}$. Пусть ξ - ДСВ, которая соответствует числу, выпавшему на грани первого кубика, а μ - на втором кубике.

(1.5б) Найти закон распределения случайной величины:

(ФТ-301) $\theta = \xi^\mu - \mu^\xi$

(ФТ-302) $\theta = \gcd(\xi^2, 3\mu)$

(КБ-301) $\theta = \min(2^\xi, \mu)$

(КН-301) $\theta = \text{lcm}(\xi + 2, \mu\xi)$

(КН-302) $\theta = \max(\xi + \mu, 2\mu)$

(0.5б) Нарисовать график функции распределения θ

(0.5б) Найти матожидание θ

(0.5б) Найти дисперсию θ

Вероятности у итоговой ДСВ нужно представить в виде целочисленных дробей.

P.S. Задание, очевидно, предполагает написание программного кода, в решении нужно прислать код на любом языке программирования (только без экзотики, пожалуйста) и описание запуска, для получения ответа. Уровень красоты кода оцениваться не будет, будет оцениваться только правильность получения ответа. Предполагается, что ваш код можно легко адаптировать на решение других подобных задач, а не на конкретном примере.

2. (1б) Из двух орудий поочередно ведется стрельба по цели до первого попадания одним из орудий. Вероятность попадания в цель первым орудием равна 0,3, вторым – 0,7. Начинает стрельбу первое орудие. Составить законы распределения дискретных случайных величин ξ и η – числа израсходованных снарядов соответственно первым и вторым орудием.
3. (1б) На первом этаже семнадцатизэтажного общежития в лифт вошли десять человек. Предполагая, что каждый из вошедших (независимо от остальных) может с равной вероятностью жить на любом из шестнадцати этажей (со 2-го по 17-й), найдите математическое ожидание числа остановок лифта.